

E4 - Atomphysik Übungsblatt No. 8

Prof. Immanuel Bloch

Sommersemester 2010
Abgabe Montag 21. Juni

8.1 Hyperfeinaufspaltung

Wie gesehen, kann die Hyperfeinstrukturaufspaltung eines beliebigen atomaren Zustands durch folgende Formel beschrieben werden:

$$\Delta E_{HFS} = \frac{a}{2} [F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)], \quad (1)$$

wobei J die Drehimpulsquantenzahl des Gesamtdrehimpulses der Elektronenhülle, I die des Kerns und F die des gesamten Atoms darstellt.

- Geben Sie einen allgemeinen Ausdruck für die Energiedifferenz zweier Hyperfeinstrukturkomponenten $\Delta E_{F+1} - \Delta E_F$ an (alle anderen Quantenzahlen sind identisch).
- Ein atomarer Zustand mit $J = 5/2$ zeige eine Aufspaltung in sechs verschiedene Komponenten. Die Aufspaltung benachbarter Komponenten beträgt¹ $0,19\text{cm}^{-1}$, $0,251\text{cm}^{-1}$, $0,318\text{cm}^{-1}$, $0,378\text{cm}^{-1}$, $0,439\text{cm}^{-1}$. Berechnen Sie die Kernspinkquantenzahl I und die Hyperfeinstrukturkonstante a .
- Skizzieren Sie die Lage der Hyperfeinniveaus relativ zum hypothetisch unaufgespaltenen Niveau in Einheiten von a .

8.2 (*)Der Darwin-Term

Die relativistische „Zitterbewegung“ der Elektronen von der Größenordnung der Compton-Wellenlänge \hbar/mc führen zu einem „effektiven Potential“. Dieses kann man durch Mittelung des Coulombpotentials $V(\vec{r})$ über diese \hbar/mc erhalten. Das führt zum Darwin-Term:

$$H_D = \frac{-e\hbar^2}{8m^2c^2} \nabla^2 V(\vec{r}) \quad \text{mit} \quad V(\vec{r}) = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (2)$$

Zeigen Sie in erster Ordnung Störungstheorie, dass der Darwin-Term zu einer Energieverschiebung

$$\Delta E''' = \frac{\pi\hbar^2}{2m^2c^2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} |\psi(0)|^2 \quad (3)$$

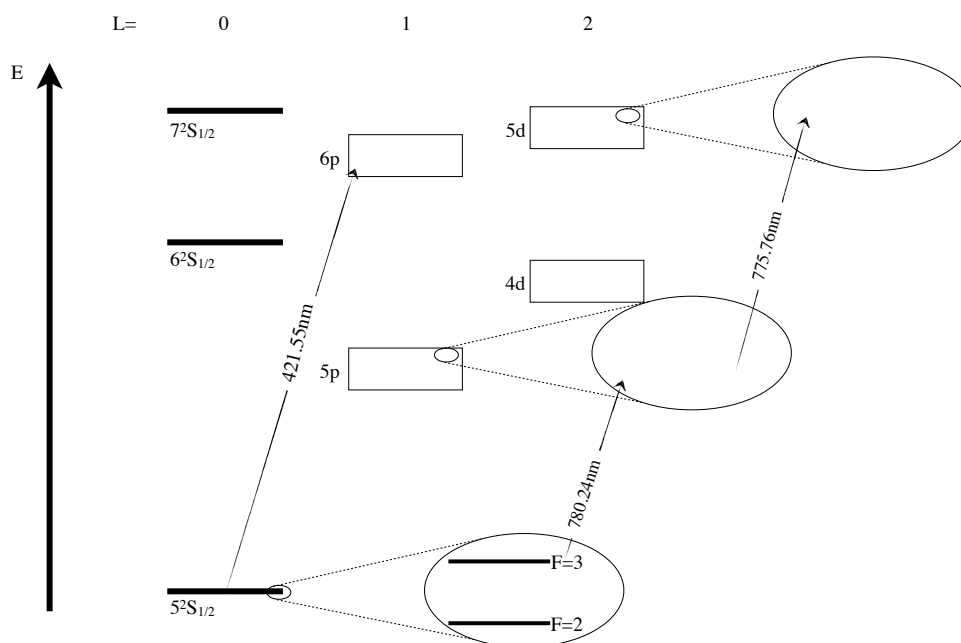
der Wasserstoffeigenzustände führt. *Hinweis:* $\nabla^2 1/r = -4\pi\delta(r)$

8.3 Niveaustuktur von Alkaliatomen

Bei Alkaliatomen sind alle tief liegenden Schalen vollständig gefüllt und ein zusätzliches Elektron besetzt das nächste freie S-Niveau. Die Anregung von Elektronen in den voll besetzten Schalen erfordert wesentlich mehr Energie als eine Anregung des ungepaarten Elektrons, so daß das

¹Die Wellenzahl (Einheit cm^{-1}) ist eine gängige Einheit in der Spektroskopie, als inverse Wellenlänge der resonanten Strahlung zu verstehen und proportional zur Energie (falls der Brechungsindex konstant ist).

System für viele Anwendungen wie ein Wasserstoffatom (mit entsprechenden Modifikationen) betrachtet werden kann. Dabei wird das Proton durch den Atomrumpf bestehend aus Kern mit Kernladung Z und $Z - 1$ Elektronen in der Edelgaskonfiguration (alle Schalen voll besetzt) ersetzt. Das ungepaarte Elektron bewegt sich in dem effektiven Potenzial des Rumpfes, welches für grosse Abstände wie das eines Protons aussieht (Abschirmungseffekt). Für sehr kleine Abstände zum Rumpf spielt dagegen die Abschirmung durch die Rumpfelektronen keine Rolle und das ungepaarte Elektron „sieht“ die volle Kernladung. Im Bild ist ein Niveauschema des Rubidiumisotops ^{85}Rb mit Grundzustandselektronenkonfiguration $[\text{Kr}] 5s$ zu sehen². Die vertikalen Pfeile (abgesehen von der Energieachse) deuten einige mögliche Dipolübergänge an. Deren Beschriftung zeigt die Wellenlänge des Lichts welches notwendig ist um den fraglichen Übergang resonant zu treiben. Die Details des Niveauschemas sind von Ihnen in den folgenden Teilaufgaben auszufüllen.



- Die dicken waagrechten Linien zeigen die Energieniveaus mit Bahndrehimpuls $L = 0$. Die Rechtecke deuten Positionen von Niveaus (Grobstruktur) mit Bahndrehimpuls > 0 an. Was fällt im Vergleich zum Wasserstoffatom auf?
- Der Gesamtdrehimpuls aller Elektronen in der Rumpfhülle verschwindet, da alle Schalen voll gefüllt sind. Tragen Sie in die Rechtecke die Niveaus der Feinstruktur mit der entsprechenden spektroskopischen Bezeichnung (siehe bei $L = 0$) ein.
- In der Vorlesung wurde eine Formel für die Feinstrukturenergieverschiebung des Wasserstoffatoms angegeben. Benutzen Sie diese um die Feinstrukturaufspaltung für die $5p$, $6p$ und $5d$ Niveaus in dem vorliegenden Fall abzuschätzen. In welchen Fällen würden Sie große Abweichungen erwarten? *Hinweis: die Bindungsenergie des Grundzustandes ist -4.168 eV*
- Das Oval zum $5^2S_{1/2}$ Niveau zeigt die Hyperfeinstruktur inklusive Gesamtdrehimpuls. Wie gross ist der Kernspin? Tragen Sie die Hyperfeinniveaus mit Gesamtdrehimpuls in die übrigen Ovale ein. Achten Sie dabei darauf, dass die Pfeile dipolerlaubte Übergänge anzeigen.
- Das zweite natürlich auftretende Rubidium-Isotop ^{87}Rb hat einen Kernspin von $I = 3/2$ und einen g_I -Faktor von 1.820 ± 0.006 , wohingegen der g_I -Faktor von ^{85}Rb 0.536 ± 0.002 beträgt³. Wie groß ist die Hyperfeinaufspaltung von ^{87}Rb im Vergleich mit ^{85}Rb ?

² $[\text{Kr}]$ steht für die Elektronenkonfiguration des Edelgases Krypton

³Physical Review, **56**, S. 527 (1939)