

# E4 - Atomphysik

## Übungsblatt No. 6

Prof. Immanuel Bloch

Sommersemester 2010  
Abgabe Montag 7. Juni

Feiertags-Mal-Edition

**Hinweis: Bitte schreiben Sie unbedingt Ihre Übungsgruppennummer und Ihren Namen auf Ihre Ausarbeitung.**

### 6.1 Zwei-Niveau-System im Strahlungsfeld

Ein Atom mit Grundzustand  $|1\rangle$  und angeregtem Zustand  $|2\rangle$  befindet sich in einem Lichtfeld mit Kopplungsstärke  $\Omega$  und Verstimmung  $\delta$ . Wie in der Vorlesung beschrieben benutzt man die Störungstheorie sowie die Rotating-Wave-Approximation; danach kann dann der Hamiltonian des Systems neu geschrieben werden als:

$$\hat{H} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & \Omega \\ \Omega & 2\delta \end{pmatrix}$$

- Berechnen Sie die Eigenenergien dieses Hamiltonians, sowie seine Eigenzustände  $\langle a|$  und  $\langle b|$ . Geben Sie den Hamiltonian in der Basis seiner Eigenzustände an.
- Zeichnen oder plotten Sie die Eigenenergien der beiden Zustände in Einem Diagramm, als Funktion der Verstimmung  $\delta$ . Zeichnen Sie den Bereich um  $\delta = 0$ , in dem etwas Interessantes passiert...
- Das Atom sei bei  $t = 0$  im Grundzustand  $|1\rangle$ . Nun wird resonantes Licht plötzlich eingeschaltet ( $\delta = 0$ ). Nutzen Sie die berechneten Eigenzustände, um zu zeigen dass wie erwartet eine Rabi-Oszillation vorhergesagt wird.

### 6.2 Darstellung von Zuständen auf der Blochkugel (\*)

- Stellen Sie die Zustände  $\langle \Psi_1| = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle + |2\rangle)$  sowie  $\langle \Psi_2| = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle - i|2\rangle)$  mittels der Blochkugel graphisch dar. Skizzieren sie die Bahn in der Blochkugel, die diese beschreiben, wenn für eine Zeitdauer  $T$  resonantes Licht mit Kopplungsstärke  $\Omega$  eingestrahlt wird. Skizzieren Sie auch die Lage der Zustände nach den Zeiten  $\Omega T = \pi/2$  und  $\Omega T = \pi$ .
- Betrachten wir noch einmal das  $^{133}\text{Cäsium}$ -Atom, mit seinen beiden Atomuhr-Zuständen  $F = 3$  und  $F = 4$ . Die Übergangsfrequenz der beiden Zustände liegt bei  $\omega_a = 2\pi \cdot 9.18 \text{ GHz}$ . Angenommen das Atom ist Teil eines völlig thermalisierten Gases von Cäsium-Atomen bei Raumtemperatur. Wo liegt der Zustand des Atoms auf der Blochkugel?
- Wenn man das Cäsiumgas von gerade eben mit der forcierten Verdampfung von flüssigem Helium-3 auf 0.5 K über dem absoluten Temperaturnullpunkt abkühlt, welcher Punkt der Blochkugel beschreibt dann den Zustand eines Atoms des Gases?

### 6.3 Abregung durch Photonenemission

Ein angeregtes Atom mit Resonanzfrequenz  $\omega_a$  strahlt im Mittel elektromagnetische Strahlung mit einer exponentiell abnehmenden Amplitude ab. Berechnen Sie für ein einzelnes Atom mit der Dämpfungsparameter  $\gamma$  (Zerfallskonstante der spontanen Emission) per Fourier-Transformation das (Intensitäts-) Spektrum der emittierten Strahlung, also die Verteilung der emittierten Intensität auf die möglichen Frequenzen. Wie beschreibt man die Situation, wenn viele Atome unabhängig voneinander emittieren? Skizzieren Sie den Verlauf des Gesamtspektrums für ein Gas mit vielen Atom, im Bereich um  $\omega_a$ , für  $\gamma < \omega_a$ .