

E4 - Atomphysik Übungsblatt No. 10

Prof. Immanuel Bloch

Sommersemester 2010

Abgabe Montag 5. Juli

10.1 AC-Stark Effekt

Wie Sie in der Vorlesung gehört haben, erzeugt auch ein oszillierendes E-Feld (z.B. ein Lichtfeld) eine Verschiebung der Energiezustände des Atoms. Wir betrachten wieder einmal unser Lieblingsmodell, das Zweiniveausystem.

- (a) Die AC-Stark Verschiebung des Grundzustandes kann sowohl positiv als auch negativ sein. Begründen Sie dies anschaulich!
- (b) In einer inhomogenen Intensitätsverteilung, z.B. dem Fokus eines Laserstrahls, führt die AC-Stark Verschiebung zu einem ortsabhängigen Potential, das z.B. dazu benutzt werden kann, kalte Atome zu fangen. Dabei ist eine möglichst große Energieverschiebung des Grundzustands bei möglichst geringer Streurate durch spontane Emission wünschenswert. Welche Detunings δ sind hierbei vorteilhaft?
- (c) Zeigen Sie, dass die Energieverschiebung des Grundzustandes für den Fall großer Detunings durch folgenden Ausdruck gegeben ist:

$$\Delta E_{gs} = \frac{\hbar\Omega^2}{4\delta}$$

Hinweis: Benutzen die Lösung der ersten Aufgabe des sechsten Übungsblattes.

- (d) Diese Anordnung zum Fangen von Atomen wird auch als Dipolfalle bezeichnet. Warum?
- (e) Ein typischer Laser für eine Dipolfalle ist z.B. ein Nd:YAG Laser mit einer Ausgangsleistung von $p = 10$ W und einer Wellenlänge von $\lambda = 1064$ nm. Angenommen, dieser wird mittels einer Linse auf einen Fokus mit einer Strahltaile (eng. waist) von $w_0 = 100$ μ m fokussiert. Dabei ergibt sich folgende gaussförmige Intensitätsverteilung:

$$I(x, y, z) = \frac{2p}{\pi w(z)^2} e^{-2(x^2+y^2)/w(z)^2} \quad \text{mit} \quad w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2 \lambda^2}{w_0^2 \pi^2}}$$

Berechnen Sie die Tiefe der Falle für Rubidium Atome ($\lambda_{Rb} = 787$ nm, Dipolmoment $d = 4.29 \times 10^{-29}$ Cm). Bis zu welcher Temperatur können Sie die Atome in der Falle halten?

10.2 Laser

In der Vorlesung haben wir 3-Niveau-Laser sowie 4-Niveau-Laser kennengelernt. Ein He-Ne-Laser ist ein Beispiel für einen 4-Niveau-Laser.

- Skizzieren Sie die Niveauschemata beider Lasertypen für optisch gepumpte Laser und zeichnen Sie die Pump- und Laserübergänge mit Pfeilen ein.
- Warum kann man im Allgemeinen keine 2-Niveau-Laser realisieren?
- Welche konzeptionellen Vorteile hat ein 4-Niveau-Laser gegenüber einem 3-Niveau-Laser? Überlegen Sie dazu, welcher Anteil der Atome mindestens aus dem Grundzustand heraus angeregt werden muss um Inversion zu erreichen.
- Angenommen, das verstärkende Medium eines Lasers erreicht einen maximalen Verstärkungs-koeffizienten (Verstärkung pro Länge) von x . Beide Spiegel des Laserresonators haben dieselbe Reflektivität $R_1 = R_2 = R$. Welche Mindestreflektivität R_{\min} müssen die Spiegel aufweisen, damit bei einer Länge L des aktiven Mediums die Laserschwelle erreicht werden kann.

10.3 Auswahlregeln

Die Stärke eines elektronischen Dipolübergangs in einem Atom ist durch folgendes Dipolmatrixelement gegeben:

$$\mathbf{D}_{i,k} = \int \psi_i(\mathbf{r}) e \mathbf{r} \psi_k(\mathbf{r}) dV$$

Ausser durch direkte Rechnung kann man auch mittels Erhaltungssätzen und Symmetrieüberlegungen zeigen, dass viele dieser Dipolmatrixelemente verschwinden:

- Betrachten Sie ein Atom im Zustand $|J, m_J\rangle$, wobei J den Gesamtspin der Elektronenhülle und m_J seine z-Komponente darstellt. Welche Zustände sind durch die Absorption oder Emission eines Photons mit Drehimpuls $J_{ph} = 1$ prinzipiell erreichbar?
- Wie wir bereits in der zweiten Aufgabe des zweiten Übungsblatt gesehen haben, hat jeder atomare Zustand eine definierte Parität: $\psi(\mathbf{r}) = \pm\psi(-\mathbf{r})$. Welche Paritäten ergeben sich jeweils für den Integranden?
Zeigen Sie mittels der Parität des Integranden, dass obiges Integral nur dann nicht verschwindet, wenn die beiden atomaren Zustände unterschiedliche Parität haben.
Welche Auswahlregel ergibt sich daraus wenn man berücksichtigt, dass die Wasserstoffwellenfunktionen die Parität $(-1)^l$ besitzen?
- In einem Zweielektronensystem, z.B. He, hängen die Ortswellenfunktionen von den Koordinaten beider Elektronen ab:

$$\mathbf{D}_{i,k} = \int \psi_i(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) e(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) \psi_k(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) dV_1 dV_2$$

Aufgrund des Pauliprinzips ist die Gesamtwellenfunktion antisymmetrisch bzgl. des Austauschs der beiden Teilchen. Im Grenzfall kleiner Spin-Bahn Kopplung kann die Gesamtwellenfunktion als Produkt aus Ortswellenfunktion und Spinwellenfunktion geschrieben werden, wobei die Spinwellenfunktion für eine Triplettzustand symmetrisch und für einen Singulettzustand antisymmetrisch ist.

Welche Symmetrie ergibt sich damit für die Ortswellenfunktionen in den beiden Fällen?

Da die beiden Elektronen ununterscheidbar sind, darf sich das Dipolmatrixelement unter dem Austausch der beiden Elektronen nicht verändern. Welche Auswahlregel ergibt sich daraus?