

# E4 - Atomphysik

## Übungsblatt 1

Prof. Immanuel Bloch  
(Abgabe 3.5.2010)

Aufgaben mit (\*) sind nicht für E4P-ler gedacht. Die dritte Aufgabe setzt Quantenmechanik-Wissen voraus, welches erst in der nächsten Woche im QM Zusatzkurs für Lehramtsstudenten behandelt wird, ist also auch für die Lehramtsstudenten (noch) nicht gedacht.

### 1.1 Energie und Atome

In der Vorlesung haben Sie ja bereits mit dem Natriumatom Bekanntschaft gemacht und der Tatsache dass dieses Atom diskrete Energieniveaus besitzt. In den folgenden sehr kurzen Aufgaben (Sie sollten jeweils nicht viel mehr als eine Zeile benötigen) geht es darum was diese Energien und Grössenskalen konkret bedeuten.

Sie haben ja gesehen was passiert wenn man Natriumatome anregt: Nach kurzer Zeit geben diese die Anregungsenergie in Form von Licht ab und kehren in den Grundzustand zurück.

Die Masse des Natriumatoms beträgt  $22.99 u$ , wobei  $u = 1.6605402 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  die sogenannte atomare Masseneinheit ist.

- Die Wellenlänge der Photonen des untersten angeregten Zustands, welches bei der Abregung frei wird, ist  $589.76 \text{ nm}$ . Was ist die Energiedifferenz zwischen den beiden Zuständen in Joule?
- Angenommen, diese Energie würde nicht als Licht frei, sondern stattdessen vollständig in kinetische Energie des Atoms (anfangs in Ruhe) umgesetzt: Was wäre die Geschwindigkeit des Atoms nach der Emission?
- Angenommen es gibt nur diese beiden Zustände: Welcher Anteil der Atome befindet sich nach Boltzmann bei Raumtemperatur im angeregten Zustand? (\*)
- Bei welcher Temperatur ist der angeregte Zustand zu 50% besetzt? (\*)

Wenn das Atom anfangs in Ruhe ist, aber nicht „festgehalten“ wird, wird es sich nach der Emission eines Photons natürlich in die entgegengesetzte Richtung bewegen.

- Welche kinetische Energie hat das Atom in diesem Fall? Und wie schnell ist es diesmal? Diese Energie bzw. Geschwindigkeit nennt sich Rückstoßenergie (recoil energy,  $E_{rec}$ ) sowie Rückstoßgeschwindigkeit (recoil velocity).
- Wenn Sie das Atom jetzt als Materiewelle betrachten: Welche Wellenlänge hat die Materiewelle bei dieser Geschwindigkeit? (\*)

Die Emissionsfrequenzen (Resonanzfrequenzen) des Lichts lassen sich mit Lasern extrem genau vermessen. Wie Sie im Einführungsvortrag gehört haben, ist dies teilweise mit einer Genauigkeit im Hz-Bereich möglich.

- Angenommen, das Atom aus dem letzten Abschnitt emittiert ein weiteres Photon in dieselbe Richtung wie das erste Photon. Um wieviel hat sich die Wellenlänge bzw. die Frequenz des emittierten Lichts wegen des Dopplereffekts in etwa geändert? Änderungen der Frequenz durch den Dopplereffekt nennt man auch Dopplerverschiebung.
- Angenommen das Atom wäre Teil eines Gases bei Raumtemperatur. Was wäre die typische Geschwindigkeit der Atome in diesem Fall?
- Welche Dopplerverschiebung würde sich bei dieser Geschwindigkeit ergeben (Emission wieder vom Atom aus gesehen nach „hinten“)?

## 1.2 Atomstrom und Kernfeld

Im Bohr'schen Atommodell fliegt das Elektron in einer Kreisbahn um den Atomkern. Auf der Bahn gehalten wird das Elektron dabei natürlich durch die elektrische Anziehung. Der Radius der (mit zusätzlichen Annahmen) für die angenommene Kreisbahn des Wasserstoffatoms im Grundzustand ermittelt wird ist dabei der Bohrradius  $a_0 = 0.052917 \text{ nm}$  aus der Vorlesung.

- Wie lange dauert eine Umkreisung des Kerns? Nehmen Sie an der Kern sei ortsfest.
- Eine bewegte Ladung entspricht ja nun einem Strom. Würde man die Kreisbahn durch eine Leiterschleife ersetzen: Welcher Stromstärke entspricht die Bewegung des Elektrons?
- Wenn Sie nun diese Leiterschleife als Magnetspule betrachten: Welches Magnetfeld erzeugt das Elektron am Ort des Kerns?

## 1.3 Lokalisierung und Coulombenergie (\*)

Wie Sie ja wissen kann ein Quantenmechanisches Objekt nicht gleichzeitig im Orts- und Impulsraum lokalisiert sein (Unschärferelation). Daraus ergibt sich, dass die mittlere (kinetische) Energie eines örtlich lokalisierten Teilchens nicht null sein kann. Was die Energie ist, hängt von der Form der Wellenfunktion ab.

Nehmen wir mal an, ein Objekt der Masse  $m$  ist (im eindimensionalen Raum) in der Art lokalisiert, dass seine Wellenfunktion durch eine normierte Gauss-Funktion der Form

$$\Psi(x) = \frac{1}{\sqrt{\sigma\sqrt{\pi/2}}} e^{-x^2/\sigma^2}$$

gegeben ist.

- Ermitteln sie die mittlere kinetischen Energie des Objekts, also deren Erwartungswert.
- Angenommen, es handelt sich um ein Elektron, dessen Wellenfunktion gaussförmig um den Kern lokalisiert ist, mit dem Radius  $\sigma = a_0$ . Wie groß ist die Energie? Vergleichen Sie diese mit dem Coulomb-Potential eines Elektrons im Feld eines einfach geladenen Atomkerns, im Abstand  $a_0$  vom Kern.

(Hinweis: Die Varianz  $\frac{1}{\sigma\sqrt{\pi/2}} \int x^2 e^{-2x^2/\sigma^2} dx = \sigma^2/4$ )